Надежный эквивалент денежных средств и его использование в моделях дисконтирования

Ю.В. Козырь

Рассмотрим альтернативное традиционному способу представление числового ряда модели дисконтирования денежного потока, выраженное в виде суммирования так называемых *надежных эквивалентов денежных средств (CEQ – certainly equivalent)*[1]:

$$P = \frac{CF_1(1-pk)}{1+r_f} + \frac{CF_2(1-pk)^2}{(1+r_f)^2} + \ldots + \frac{CF_n(1-pk)^n}{(1+r_f)^n} + \ldots, \qquad (1)$$

где числитель соответствует так называемому *надежному эквиваленту денежных средств* (*CEQ*), CF_i – *ожидаемые* (прогнозируемые) потоки денежных средств, p – вероятность недополучения ожидаемых к поступлению в расчетном периоде денежных средств на величину k, k – математическое ожидание относительной величины ущерба (как доля ожидаемых к получению потоков) обусловленного форс-мажорными обстоятельствами (k – степень дефолта/банкротства, $0 < k < 1$).

Если предположить, что планируемые потоки денежных средств будут ежегодно изменяться в $(1+g)$ раз выражение (1) может быть переписано в следующем виде:

$$P = \frac{CF_0(1+g)(1-pk)}{1+r_f} + \frac{CF_o(1+g)^2(1-pk)^2}{(1+r_f)^2} + \ldots + \frac{CF_0(1+g)^n(1-pk)^n}{(1+r_f)^n} + \ldots =$$
$$CF_0\left[\frac{(1+g)(1-pk)}{1+r_f} + \frac{(1+g)^2(1-pk)^2}{(1+r_f)^2} + \ldots + \frac{(1+g)^n(1-pk)^n}{(1+r_f)^n} + \ldots\right], \qquad (2)$$

Выражение в скобках представляет собой бесконечный ряд геометрической прогрессии, в котором первый член равен дискриминанту прогрессии:

$$b_1 = q = \frac{(1+g)(1-pk)}{(1+r_f)}, \qquad (3)$$

а сумма такой прогрессии равна:

$$S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{(1+g)(1-pk)}{r_f + pk - g + g\cdot pk}. \qquad (4)$$

Подставляя (4) в квадратные скобки выражения (2), получим:

$$P = CF_o\frac{(1+g)(1-pk)}{r_f + pk - g + g\cdot pk}. \qquad (5)$$

Обычно для оценки приведенной стоимости будущих денежных потоков используется квинтэссенция модели постоянного роста – так называемая формула Гордона:

[1] О понятии «надежный эквивалент» см. Р. Брейли, С. Майерс. Принципы корпоративных финансов. Глава 9, Приложение: использование модели оценки долгосрочных активов для расчета надежного эквивалента.

$$P = \frac{CF_1}{r - g} = CF_0 \frac{1 + g}{r - g}, \qquad (6)$$

где CF_0 – поток текущего года, CF_1 - ожидаемый к получению поток ближайшего периода (года), r - ставка дисконтирования с учетом риска получения потоков.
Давайте посмотрим, приводят ли выражения (5) и (6) к единому результату оценки. Как известно, рисковая ставка r является суммой двух компонент – безрисковой ставки r_f и премии за риск pr. Последняя при пренебрежении премией за риск неликвидности (то есть при учете только премии за риск дефолта) в соответствии с ((*) - см. примечание, приведенное в конце основного текста[2]) может быть представлена в виде:

$$pr_d = \frac{p_d k \times (1 + r_f)}{1 - p_d k}, \qquad (7)$$

где pr_d– премия за риск (банкротства),

p_d – вероятность банкротства (или вероятность дефолта с определенной (заданной) степенью дефолта),

k – степень дефолта ($0 \le k \le 1$),

r_f– безрисковая ставка.

Разложив рисковую ставку r в (6) на две составляющие и подставив для премии за риск выражение (7), получим:

$$P = CF_0 \frac{1 + g}{r_f + pr_d - g} = CF_0 \frac{(1 + g)(1 - pk)}{r_f + pk - g + g \cdot pk},$$

то есть мы получили выражение (5), что означает тождественность выражений (6) и (5), что и требовалось доказать.
Приведенное доказательство показывает альтернативные возможности оценки, равно как и адекватность разработанных автором статьи формул трансформации вероятности риска в рисковые надбавки.

Примечание.

Для использования вероятности дефолта (банкротства) в качестве премии за риск банкротства необходимо осуществить трансформацию[3]:

если премия за риск дефолта компаундируется с безрисковой ставкой (ставка дисконтирования определятся на базе сложных процентов) -

---

[2] При этом подразумевается эквивалентность обозначений p и p_d.

[3] Приведенные здесь способы трансформации упрощены – в них заложено предположение о том, что премия за риск неликвидности равна нулю. В случае нарушения этого предположения (что наблюдается почти всегда) вместо (П-1) следует применять формулу: $pr_d = \frac{1}{(1 - p_d)(1 + p_{il})} - 1$, , а вместо (П-2) – $pr_d = \frac{p_d(1 + r_f + p_{il}) - p_{il}}{1 - p_d}$. Еще одно упрощение, заложенное в этих формулах, - предположение о том, что при наступлении дефолта происходит 100%-я потеря инвестированных средств ($k = 1$).

$$pr_d = \frac{p_d}{1 - p_d}, \qquad (\text{П-1})$$

если премия за риск дефолта прибавляется к безрисковой ставке (ставка дисконтирования определятся на базе простых процентов) –

$$pr_d = \frac{p_d \times (1 + r_f)}{1 - p_d}. \qquad (\text{П-2})$$